

# Je suis myope !

Par Pierre STROCK le 2 novembre 2000

Je n'en tire aucune espèce de fierté. Mais je pense que cela explique pourquoi je préfère observer les étoiles sans mes lunettes ; mais avec un télescope bien évidemment. Et j'ai toujours pensé que cette préférence pour le retrait des lunettes devait pouvoir s'expliquer par ma myopie et se comprendre par les lois de l'optique.

Bien sûr, sans les lunettes il est plus facile de placer l'œil devant l'oculaire, il est plus aisé de se protéger des lumières parasites et on bénéficie d'un champ de vision plus large. Mais j'ai toujours l'impression qu'il n'y a pas qu'une différence de confort. Il y a certainement un grossissement supplémentaire. Je me suis souvent demandé combien je pouvais « gagner » à enlever mes lunettes. Car malgré un léger astigmatisme, j'ai nettement l'impression de voir plus gros et mieux sans mes besicles. L'appât du gain en grossissement et en qualité est une forte motivation de l'astronome observateur !

Je vous propose donc de suivre les calculs suivants pour lesquels j'ai utilisé les formules et les valeurs numériques de mon livre de physique de la classe de première. Pour aborder l'optique, c'est un ouvrage merveilleux de pédagogie.

Vos commentaires sur ces calculs sont les bienvenus.

## L'œil myope et les lunettes de vue

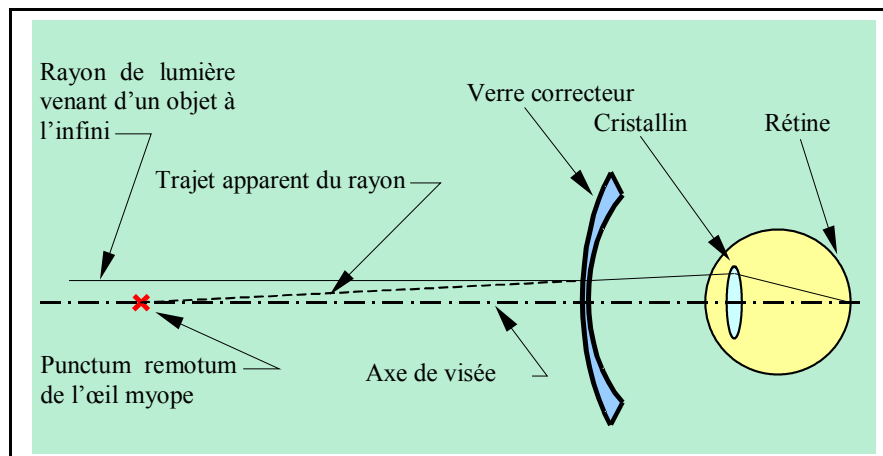
On trouve dans les ouvrages de médecine et aussi dans les cours d'optique que l'œil est composé d'un cristallin qui concentre la lumière sur la rétine pour y former une image. Mais dans les premiers on y explique que l'œil myope est un œil trop long (plus de 24 millimètres), tandis que pour les seconds, c'est la focale du cristallin qui est plus courte (moins de 15 millimètres).

En toute rigueur, l'œil doit être assimilé à un dioptré et non pas à une lentille. Comme c'est beaucoup moins simple, j'ai donc gardé l'allongement de l'œil pour expliquer la myopie et la focale de 15 millimètres pour les calculs. Dans tous les cas, pour l'œil myope, la focale est trop courte. L'image se forme en avant de la rétine. Et il faut des verres correcteurs pour la replacer sur la rétine.

Mes verres correcteurs sont qualifiés d'une puissance de  $-5,25$  dioptries. Pour calculer la focale de ces verres, on sait que les opticiens utilisent volontiers le terme de puissance ou de vergence ( $V$ ) exprimée en dioptrie qui est l'inverse de la focale ( $f$ ) exprimée en mètre. Cette façon de noter la puissance des verres correcteurs simplifie les calculs car c'est souvent l'inverse de la focale qui intervient dans les formules. Le signe négatif est mis par convention pour indiquer les verres divergents et le signe positif pour les verres convergents. La formule est donc simple :

$$V = \frac{1}{f}$$

On en déduit que mes verres sont divergents et qu'ils ont une focale de  $-190$  millimètres.



Pour un objet placé à l'infini, le verre correcteur en donne une image virtuelle placée à son foyer. Ce foyer doit correspondre au lieu de mise au point de l'œil au repos : le punctum remotum (pr). L'image qui en résulte est alors bien sur la rétine. Le schéma suivant explicite cette géométrie.

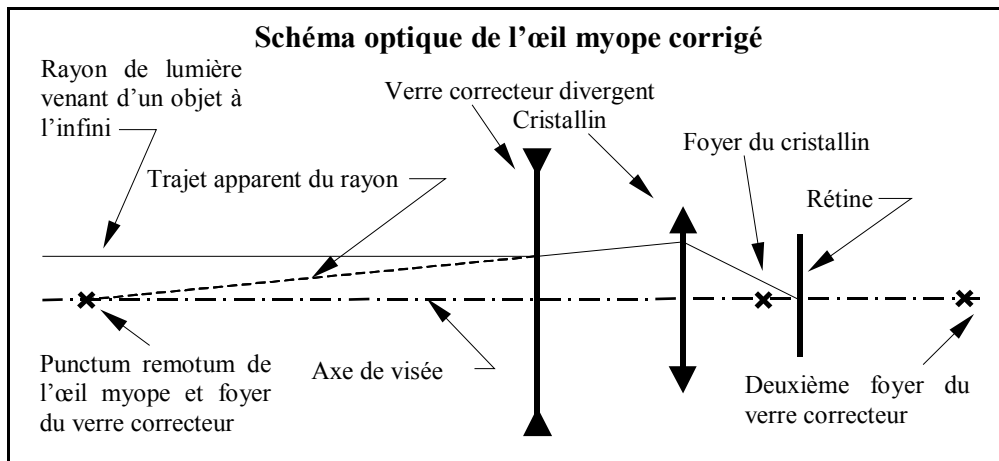
On observe que le verre correcteur est placé à environ 20 millimètres du cristallin. Comme le foyer du ménisque est à 190 millimètres du verre. Il y a donc 210 millimètres du cristallin au punctum remotum. Cette valeur semble bien correspondre au point de repos de mon œil.

Avec une distance (pr) de 210 millimètres entre le punctum remotum et le cristallin, et avec une focale (f) de 15 millimètres, il est possible de calculer la longueur de l'œil myope : la distance entre le cristallin et la rétine (cr). On se trouve dans le cas simple d'une lentille convergente donnant une image réelle à une distance cr d'un objet réel placé à une distance pr. La formule classique s'applique et toute les distances sont comptées positivement :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{pr} + \frac{1}{cr}$$

Ce qui donne une distance (cr) de 16,15 millimètres exactement. On vérifie bien que la focale est plus courte que la distance entre le cristallin et la rétine.

Le schéma optique de cet ensemble peut se simplifier de la manière conventionnelle suivante :



Le même calcul permet de trouver la focale du cristallin lorsque l'œil accommode sur un point plus proche, par exemple à 125 millimètres du cristallin. Les tableaux suivants résument ces résultats.

<b>Tailles caractéristiques de l'œil myope</b>	
Focale du cristallin au repos	15,00 mm
Distante du cristallin à la rétine	16,15 mm

<b>Focale du cristallin myope</b>	
Au repos à 210 mm	15,00 mm
Vision de près à 125 mm	14,30 mm

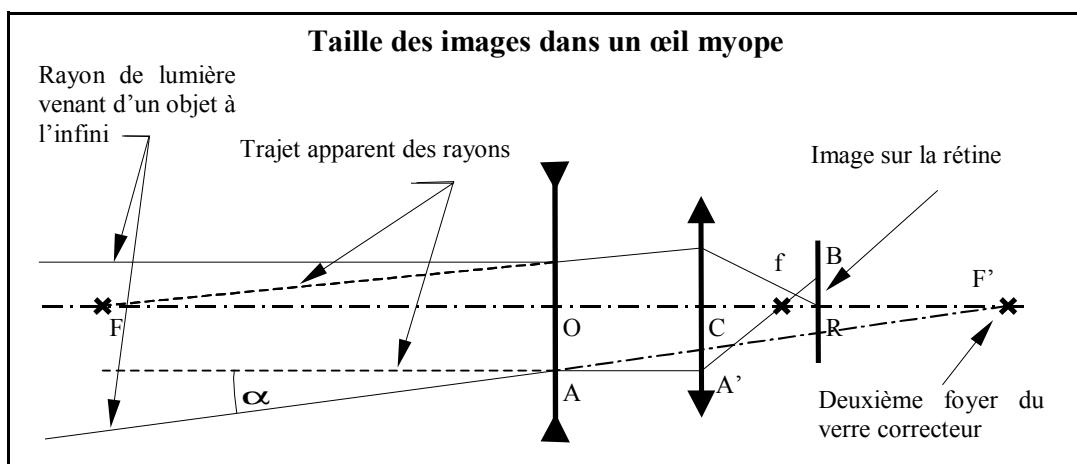
Il est intéressant de voir ce que ces premières considérations permettent de déduire pour la taille des images obtenues sur la rétine.

## Taille des images sur la rétine

Prenons un objet rond placé à l'infini dont le rayon apparent fait un angle de quatre minutes d'angle. C'est typiquement la taille de l'image de diffraction d'une étoile vue à fort grossissement. Ou plus exactement, c'est le rayon du premier disque noir de la figure de diffraction lorsqu'elle est visible et bien proportionnée. C'est aussi la taille des plus petits détails que l'œil peut observer confortablement. Car pour des objets plus petits, la vision n'est plus très confortable. La limite de résolution de l'œil est en effet située entre une et deux minutes d'angle selon l'âge du sujet et les qualités de son œil. À cette limite, les contrastes sont faibles et l'œil fatigue.

Les rayons lumineux arrivant du centre de l'objet sont parallèles à l'axe optique. Tandis que ceux venant du bord font un angle d'incidence  $\alpha$  de quatre minutes d'angle, soit :  $\alpha = 4' = 0,06666^\circ = 0,001164$  radian.

Pour trouver la taille de l'image sur la rétine, on observe les rayons provenant de l'objet avec une incidence  $\alpha$  et allant au deuxième foyer du verre correcteur. Les principes d'optique nous apprennent que ces rayons ressortent du verre parallèlement à l'axe optique. Donc ils rentrent dans l'œil sans incidence et ils vont alors passer par le foyer du cristallin avant d'arriver sur la rétine.



La taille de l'image sur la rétine est notée BR sur le schéma. Pour calculer BR il faut connaître CA', Cf et Rf. La formule est une règle de trois purement géométrique :

$$\frac{BR}{Rf} = \frac{CA'}{Cf}$$

Comme CA' est égale à OA, comme OA est donné par l'angle d'incidence  $\alpha$  et par la focale OF' du verre correcteur et que l'on a vu précédemment que Cf était de 15 millimètres et que CR était de 16,15 millimètres ; on peut donc écrire :

$$BR = \frac{Rf \times OA}{Cf} = \frac{(CR - Cf) \times \alpha \times OF'}{Cf} = 16,96 \mu m$$

Ce qui donne une taille BR sur la rétine de 16,96 microns.

On peut déjà comparer cette taille avec celle que l'on obtient dans un œil normal. La taille de l'image d'un objet à l'infini et d'angle apparent  $\alpha$  est donné pour un œil normal par :

$$BR = \alpha \times CR = 1,164.10^{-3} \times 15mm = 17,46 \mu m$$

On peut aussi effectuer ce calcul pour un œil myope non corrigé. L'image est floue, mais elle mesure :

$$BR = \alpha \times CR = 1,164.10^{-3} \times 16,15mm = 18,80 \mu m$$

L'image, sur la rétine de l'œil myope corrigé, est donc plus petite de 10 pour-cent par rapport à celle qui se forme dans un œil myope non corrigé. Ce résultat correspond bien à l'impression visuelle obtenue en retirant les verres correcteurs : Sans lunettes, le monde est plus grand !

C'est une évidence pour tous les myopes, mais c'est la première subtilité et originalité du calcul. Les myopes voient plus gros sans leurs lunettes ! Un ophtalmologiste peut-il me contredire ?

D'où le tableau résumé suivant :

Taille de l'image sur la rétine pour un objet de 4 minutes d'angle	
Œil normal	17,46 $\mu\text{m}$
Œil myope non corrigé	18,80 $\mu\text{m}$
Œil myope corrigé	16,96 $\mu\text{m}$

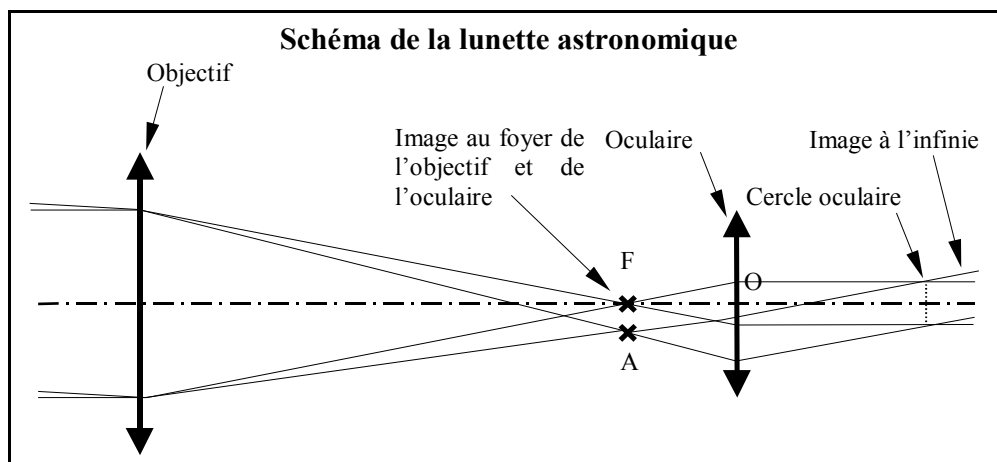
Après ces considérations sur l'œil, nous pouvons analyser ce qui se passe lors de l'observation d'une étoile dans un instrument d'astronomie.

## Observation avec un télescope

Avec les verres correcteurs ou avec un œil normal, l'oculaire de la lunette est réglé pour donner une image à l'infini. Il n'y a donc pas besoin de refaire de calcul. Nous avons vu que la taille de cette image sur la rétine était respectivement de 16,96 microns et de 17,46 microns pour un objet de 4 minutes d'angle.

Une des difficultés de l'observation avec des lunettes réside dans l'impossibilité, avec certains oculaires, de placer la pupille au niveau du cercle oculaire, là où passe l'ensemble de la lumière sortant de l'optique. Cela provoque une diminution considérable du champ observable mais cela ne modifie pas la taille des objets observés.

Le schéma optique doit maintenant tenir compte de la lunette astronomique ou du télescope placé devant l'œil :



Pour évaluer numériquement l'influence des verres correcteurs et rendre l'exposé plus réaliste, il faut fixer les dimensions d'une lunette. Prenons par exemple un objectif de 90 millimètres de diamètre (D) avec une focale de 1250 millimètres (F) et un oculaire de 8 millimètres de focale (f). Dans une telle lunette, le rayon (r) du premier anneau noir de l'image de diffraction au foyer est donné par la formule bien connue :

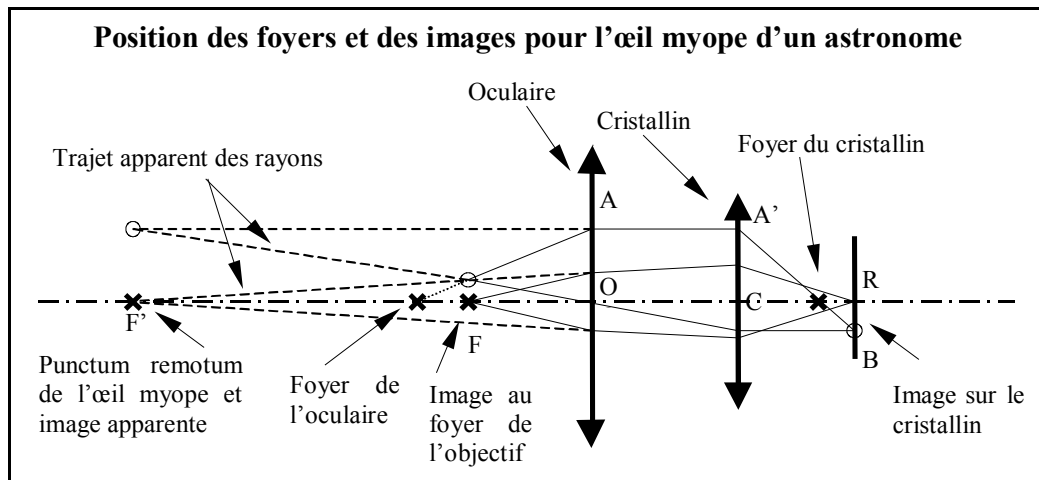
$$r = 1,22 \times \lambda \times \frac{F}{D}$$

Ce qui donne une formule tout aussi connue (à condition de retenir la longueur d'onde  $\lambda$  de 550 nanomètres) :

$$r = 0,67 \times \frac{F}{D} \quad \text{soit} \quad r = 9,31 \mu\text{m} \text{ pour notre lunette.}$$

L'exemple a été choisi de façon que le rayon angulaire apparent dans un oculaire de 8 millimètres soit exactement de 4 minutes d'angle. Puisque  $r/f$  est égal à  $\alpha$  ( $9,31 / 8000 = 0,001164$ ).

Toutefois ceci n'est vrai que si l'image est bien placée au foyer de l'oculaire. Car si l'on retire les verres correcteurs, il faut changer la mise au point de la lunette pour que l'image provienne en apparence du punctum remotum de l'œil myope. Cette modification a une influence sur la taille apparente de l'image transmise à l'œil et donc sur la taille de l'image sur la rétine.



Calculons tout d'abord la nouvelle position de l'image par rapport à l'oculaire. Cette position définit la nouvelle mise au point.

En prenant un relief d'œil de 20 millimètres, la position du cristallin par rapport à la lentille de l'oculaire est la même que pour le verre correcteur. Cette distance doit être revue et un calcul plus fin doit être fait si l'on doit tenir compte d'un oculaire épais composé de plusieurs lentilles. Je me borne ici à un calcul simple en faisant l'approximation que les lentilles sont simples et minces. La distance de l'image apparente à la lentille de l'oculaire est donc égale à la distance du punctum remotum moins le relief d'œil, soit 190 millimètres.

On se trouve dans le cas simple d'une lentille convergente. Mais cette fois, la lentille donne une image apparente (on parle d'image virtuelle) à une distance  $p$  d'un objet réel placé quant à lui à une distance  $p'$ . La formule classique s'applique mais il faut utiliser une distance négative pour prendre en compte l'image virtuelle :

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} \quad \text{avec } p = -190 \text{ millimètres et } f = 8 \text{ millimètres}$$

Ce qui donne une position ( $p'$ ) du foyer de 7,677 millimètres. L'image de diffraction est donc placée entre le foyer de l'oculaire et la lentille. Sa taille angulaire apparente  $\alpha'$  est donc plus grande :

$$\alpha' = \frac{r}{p'} = 0,001213 \text{ radian ou encore } 0,0695^\circ \text{ ou } 4,170 \text{ minutes d'angle}$$

Voilà la deuxième subtilité et originalité de ce calcul. Jugez-en : cela revient à dire que de près on voit plus gros ! Ce n'est pas nouveau, c'est même fréquent dans le chapitre sur la loupe des cours d'optique. Mais on n'en parle jamais au chapitre sur la lunette astronomique.

Les mêmes formules permettent de calculer la position du foyer, pour que l'image virtuelle se forme à 105 millimètres, au lieu de 190 millimètres de façon que l'œil accommode en vision de près. On trouve alors 7,434 millimètres, et un angle encore plus grand de 0,00125 radian.

On peut maintenant calculer la taille de l'image sur la rétine. Cette taille est donnée par la formule géométrique déjà utilisée pour les verres correcteurs :

$$BR = \frac{Rf \times OA}{Cf} = \frac{(CR - Cf) \times \alpha' \times OF'}{Cf} = 17,67 \mu m$$

On remarque immédiatement que la taille de l'image est plus grande qu'avec les verres correcteurs. Le gain n'est pas très important : environ 4 pour-cent.

Mais si l'œil accommode en vision de près, la focale du cristallin est alors de 14,30 millimètres. La position du foyer de la lunette est à 7,434 millimètres de la lentille oculaire et la taille de l'image passe à 19,88 microns. Le gain en grossissement est alors important.

Cette taille correspond à l'image de la même étoile, vue avec un oculaire de 7 millimètres pour un œil normal, ou vue avec un oculaire de 6,8 millimètres par un œil myope corrigé. En retirant mes lunettes je peux donc passer d'un grossissement de 156 fois à 183 fois. C'est bien un gain en grossissement significatif. Il est toutefois obtenu en forçant un peu l'œil à accommoder ; ce n'est pas le plus confortable mais cela donne une meilleure vision des détails.

Le tableau suivant résume ces résultats :

<b>Taille de l'image sur la rétine pour la figure de diffraction d'une lunette 90x1250 avec un oculaire de 8 millimètres</b>	
Œil normal	17,46 $\mu\text{m}$
Œil myope corrigé	16,96 $\mu\text{m}$
Œil myope non corrigé	17,67 $\mu\text{m}$
Idem en vision de près	19,88 $\mu\text{m}$

## Conclusion

J'ai souvent eu l'impression de ne pas avoir autant besoin de grossir que d'autres observateurs. Je me demandais si cela provenait d'une bonne acuité visuelle ou du retrait de mes lunettes de myope.

Ces calculs semblent montrer que les lunettes y sont pour quelque chose et que la vision de près accentue le phénomène. S'il n'y a pas trop d'erreur de calcul ou d'approximation, le retrait des lunettes, l'accommodation de près et peut-être aussi le placement de l'œil devant l'oculaire font grossir l'image comme si l'on remplaçait un oculaire de 8 millimètres par un oculaire de 7 millimètres.

C'est bien rassurant. Les diverses impressions que j'ai pu avoir lors des observations sont justifiées et quantifiées par ces résultats. Je n'ai pas rêvé !

Mais pourquoi donc ne trouve-t-on pas ce genre de calcul et ces résultats dans les livres d'astronomie ? Y aurait-il une erreur ? N'y a-t-il pas d'astronome myope ?

## Bibliographie :

Leçon de Physique de J. Basin par la Librairie Nony & Cie 1903

Lunettes et télescope de A. Danjon et A. Couder par la Librairie scientifique et technique 1935 1990

Physique Classe de première C de J. Cessac et G. Tréherne aux éditions Fernand Nathan 1966

La transparence de l'œil de Y. Pouliquen aux éditions Odile Jacob 1992